

Università degli Studi di Salerno - Facoltà di Ingegneria
Prova scritta di Meccanica Razionale e Analitica (Ing. Civile) - 16/07/2010

1. In un sistema di riferimento $Oxyz$ è assegnata una distribuzione di massa omogenea (posizionata nel piano Oxy) costituita da una corona circolare di centro $C = (0, 2a)$, raggio interno pari ad a , raggio esterno pari a $2a$ e densità pari ad μ_0 . Inoltre, sulla circonferenza esterna, e precisamente nel punto di coordinate $(0, 0)$, è rigidamente collegato alla corona un punto materiale P di massa m . Trovare le coordinate del baricentro G del sistema complessivo e il momento d'inerzia rispetto all'asse z_C parallelo a z e passante per C . Si consideri poi tale sistema in grado di rotolare senza strisciare sull'asse x e tale da occupare all'istante $t = 0$ la configurazione precedentemente descritta (quella in cui P coincide con O). Si immagini tale sistema soggetto, oltre che alla forza peso, ad una coppia di momento $\mathbf{M} = 2mga \cos \theta \mathbf{e}_3$. Determinare le equazioni di Lagrange e le eventuali posizioni di equilibrio, discutendone se possibile la stabilità. (Si scelga come parametro lagrangiano l'angolo formato dalla semiretta CP rispetto alla semiretta CT , dove T è il punto di contatto con l'asse x , positivo in senso antiorario)