

**Università degli Studi di Salerno - Facoltà di Ingegneria**  
**Prova scritta di Meccanica Razionale e Analitica - 03/06/2010**  
**Ingegneria Civile**

1. In un sistema di riferimento  $Oxyz$  è assegnata una distribuzione di massa (posizionata nel piano  $Oxy$ ) costituita da tre aste rigide sottili  $OA$ ,  $OB$ ,  $OC$  rigidamente collegate fra loro in  $O$ . Le aste  $OB$  e  $OC$  hanno densità costante e pari a  $\mu_0$ , mentre l'asta  $OA$  ha densità  $\mu(x) = (2\mu_0/a)x$ . Sapendo che

$$A = (a, 0), B = \left(-\frac{a}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}a\right) \text{ e } C = \left(-\frac{a}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}a\right),$$

si individuino le coordinate del baricentro  $G$  del sistema e il momento d'inerzia rispetto all'asse  $z$ . Si consideri poi tale sistema materiale in grado di ruotare attorno all'asse orizzontale  $z$ . Sul sistema agisce, oltre alla forza peso, la forza  $\mathbf{F}_\lambda = \lambda(A - H) \times \mathbf{e}_3$ , dove  $H$  è un punto fisso di coordinate  $(h_1, h_2)$ . Supponendo i vincoli lisci, determinare le equazioni di Lagrange e le eventuali posizioni di equilibrio sotto le ipotesi  $H = (3a, 0)$  e  $\mu_0 g = 6\lambda$ , discutendone la stabilità. (Suggerimento: si scelga come parametro lagrangiano l'angolo formato dall'asta  $OA$  con il semiasse positivo delle  $x$ )