

Università degli Studi di Salerno - Facoltà di Ingegneria
Prova scritta di Meccanica Razionale (12 CFU) - 04/05/2012

1. In un sistema di riferimento cartesiano Oxy si consideri la distribuzione di massa individuata dalla circonferenza di centro C e di equazione $x^2 + y^2 - 4Ry = 0$, omogenea e con densità lineare μ_0 . Alla circonferenza è rigidamente vincolata un'asta rigida sottile ed omogenea, anch'essa di densità μ_0 , disposta come la sua corda AB parallela all'asse x e posta a distanza R da quest'ultimo. Si calcolino le coordinate del baricentro del sistema (circonferenza e corda) nonché il momento d'inerzia rispetto all'asse z .

2. In un sistema di riferimento cartesiano $Oxyz$ si consideri, nel piano verticale Oxy , il sistema rigido (circonferenza e corda) descritto al punto 1. in grado di rotolare senza strisciare sull'asse x . Detto \bar{C} il punto di contatto fra il sistema dinamico e l'asse x , si scelga come parametro lagrangiano l'angolo θ formato dal raggio ortogonale alla corda AB con la direzione del vettore $(\bar{C} - C)$, positivo in senso orario; si assuma inoltre che, all'istante $t = 0$, il punto C si trovi sull'asse y . Sul sistema, oltre alla forza peso, agiscono la forza elastica \mathbf{F}_k derivante dalla presenza di un elemento elastico lineare di rigidezza k fra i punti O e D (dove D è il punto di intersezione fra la corda AB ed il raggio ad essa ortogonale) e una coppia di momento $\Omega = \Omega_0 \sin \theta \mathbf{e}_3$. Si scriva l'equazione di Lagrange per il sistema dinamico descritto; si individuino le eventuali posizioni di equilibrio sotto l'ipotesi $\Omega_0 = 2\sqrt{3}\mu_0 g R^2$ valutandone la stabilità.

3. Verificare l'isostaticità della struttura assegnata e determinare le reazioni vincolari esplicitate sulla stessa con le equazioni cardinali della statica e con il metodo grafico. Si noti che $\alpha = \pi/6$.

