

**Università degli Studi di Salerno - Facoltà di Ingegneria**  
**Prova scritta di Meccanica Razionale (12 CFU) - 30/03/2012**

1. In un sistema di riferimento cartesiano  $Oxy$  si consideri la distribuzione di massa individuata dal dominio  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq \pi a, -a \cos(x/2a) \leq y \leq a \cos(x/2a)\}$ , omogenea e con densità  $\mu_0$ . Se ne determinino le coordinate del baricentro e il momento d'inerzia rispetto all'asse  $y$ .
  
2. In un sistema di riferimento cartesiano  $Oxyz$  si consideri, nel piano verticale  $Oxy$ , la lamina piana di massa  $M$  descritta al punto 1. in grado di ruotare, rispetto alla configurazione sopra indicata, attorno all'asse  $z$ . Sul sistema, oltre alla forza peso, agiscono la forza attiva  $(A, \mathbf{F}_\lambda = \lambda \mathbf{e}_2)$ , dove  $\lambda$  è strettamente positivo ed  $A$  è il punto del sistema materiale più lontano dall'origine  $O$ , nonché una coppia di momento  $\mathbf{M} = \lambda a \mathbf{e}_3$ . Supponendo i vincoli privi di attrito, si scrivano le equazioni di Lagrange per il sistema, esplicitando il valore del momento d'inerzia rispetto all'asse di rotazione. Si individuino inoltre le eventuali posizioni di equilibrio sotto l'ipotesi  $\lambda = Mg$  e si valuti la stabilità per ciascuna di esse.
  
3. Verificata l'eventuale isostaticità della struttura assegnata, determinare la reazione vincolare esplicita dal vincolo posto in  $G$  con il Principio dei Lavori Virtuali.

