

**Università degli Studi di Salerno - Facoltà di Ingegneria**  
**Prova scritta di Meccanica Razionale (12 CFU) - 22/02/2011**

1. Sia dato un sistema materiale giacente nel piano  $Oxy$  di un riferimento cartesiano ortogonale  $Oxyz$ , avente la forma di un quadrato di lato  $2a$  e posizionato con il centro geometrico coincidente con l'origine del riferimento e i lati paralleli agli assi coordinati. Supponendo che la densità del sistema sia

$$\mu(x, y) = \frac{3m}{16a^4}(2x^2 + xy + 2y^2),$$

con  $m$  parametro positivo, se ne determini il baricentro e si stabilisca se il riferimento assegnato è principale d'inerzia per il sistema.

2. Nel piano verticale  $Oxy$ , si consideri un'asta rigida omogenea  $OA$ , di massa  $m$  e lunghezza  $2l$ . Un disco rigido omogeneo, di raggio  $l$  e massa  $2m$  è rigidamente vincolato con un suo punto periferico all'estremo  $A$  dell'asta, e il suo centro  $C$  giace sul prolungamento di  $OA$ . L'estremo  $O$  dell'asta è vincolato tramite una cerniera piana all'origine del sistema di riferimento: tutto il sistema può quindi ruotare attorno all'asse coordinato  $z$  (si scelga come parametro lagrangiano l'angolo  $\theta$ , positivo in senso antiorario, formato dalla semiretta  $OA$  col semiasse positivo delle  $x$ ). Oltre alle forze peso, sul sistema agiscono la forza elastica (applicata in  $C$ )  $\mathbf{F}_1 = k(C^* - C)$ , dove  $C^*$  è la proiezione di  $C$  sull'asse  $x$ , nonché una forza (applicata in  $A$ )  $\mathbf{F}_2 = 7F_0 \cos \theta \mathbf{t}$ , con  $\mathbf{t}$  versore tangente alla circonferenza di centro  $O$  e raggio  $2l$ . Ipotizzando i vincoli lisci, determinare le equazioni di Lagrange del sistema e le eventuali posizioni di equilibrio (sotto l'ipotesi  $F_0 = mg/2$ ) discutendone, se possibile, la stabilità.
3. Verificata l'eventuale isostaticità della struttura assegnata, determinare le reazioni vincolari esplicitate sulla stessa con le equazioni cardinali della statica e con il metodo grafico.

