

**Università degli Studi di Salerno - Facoltà di Ingegneria**  
**Prova scritta di Meccanica Razionale (12 CFU) - 25/01/2011**

1. In un sistema di riferimento cartesiano  $Oxyz$  è assegnata, nel piano  $Oxy$ , la distribuzione di massa omogenea individuata dall'area compresa fra i punti  $O = (0, 0)$ ,  $A = (a, 0)$ ,  $B = (0, h)$  e  $C = (-a, h)$ , di densità pari a  $\mu_0 = m_0/(ah)$  ( $m_0$  è un parametro positivo,  $a$  e  $h$  sono parametri geometrici). Determinare le coordinate del baricentro del sistema e il momento d'inerzia rispetto all'asse  $z$  in riferimento al sistema di coordinate utilizzato. *Facoltativo*: verificare che per  $a \rightarrow 0$  il momento d'inerzia per unità di massa è uguale a quello di un'asta rigida omogenea.
  
2. Nel piano verticale  $Oxy$ , si consideri il sistema materiale costituito da due aste rigide sottili  $OA$  e  $AB$ , entrambe di lunghezza pari a  $2l$  e di masse rispettivamente  $2m$  ed  $m$ . L'estremo  $O$  della prima asta è vincolato tramite una cerniera piana all'origine del sistema di riferimento, mentre l'estremo  $B$  della seconda asta è vincolato a scorrere sull'asse  $y$ ; la due aste sono inoltre collegate fra loro nell'estremo  $A$  (comune ad entrambe) tramite una ulteriore cerniera piana. Sul sistema agiscono, oltre alla forza peso, la forza elastica (applicata in  $A$ )  $\mathbf{F}_1 = k(A^* - A)$ , dove  $A^*$  è la proiezione di  $A$  sull'asse  $y$ , e una forza costante (applicata nel baricentro di  $AB$ )  $\mathbf{F}_2 = F\mathbf{e}_2$ , con  $F$  positivo. Supponendo infine che tutto il sistema ruoti con velocità angolare costante  $\boldsymbol{\Omega} = \Omega\mathbf{e}_2$  attorno all'asse  $y$  e ipotizzando i vincoli lisci, determinare le equazioni di Lagrange del sistema e le eventuali posizioni di equilibrio discutendone, se possibile, la stabilità.
  
3. Verificata l'eventuale isostaticità della struttura, determinare la reazione esplicata dal vincolo in  $G$  con il Principio dei Lavori Virtuali ( $AB = a/4$ ,  $BC = 11a/4$ ,  $CD = DE = EG = GH = a/2$ ,  $HI = a$ ).

