

**Università degli Studi di Salerno - Facoltà di Ingegneria**  
**Prova scritta di Meccanica Razionale (12 CFU) - 16/07/2010**

1. In un sistema di riferimento  $Oxyz$  è assegnata una distribuzione di massa omogenea (posizionata nel piano  $Oxy$ ) costituita da una corona circolare di centro  $C = (0, 2a)$ , raggio interno pari ad  $a$ , raggio esterno pari a  $2a$  e densità pari a  $\mu_0$ . Inoltre, sulla circonferenza esterna, e precisamente nel punto di coordinate  $(0, 0)$ , è rigidamente collegato alla corona un punto materiale  $P$  di massa  $m$ . Trovare le coordinate del baricentro  $G$  del sistema complessivo e il momento d'inerzia rispetto all'asse  $z_C$  parallelo a  $z$  e passante per  $C$ .
  
2. Si consideri il sistema materiale descritto nell'esercizio precedente in grado di rotolare senza strisciare sull'asse  $x$  e tale da occupare all'istante  $t = 0$  la configurazione descritta nel quesito 1. Si immagini tale sistema soggetto, oltre che alla forza peso, ad una coppia di momento  $\mathbf{M} = 2mga \cos \theta \mathbf{e}_3$ . Determinare le equazioni di Lagrange e le eventuali posizioni di equilibrio del sistema, discutendone se possibile la stabilità. (Si scelga come parametro lagrangiano l'angolo formato dalla semiretta  $CP$  rispetto alla semiretta  $CT$ , dove  $T$  è il punto di contatto con l'asse  $x$ , positivo in senso antiorario)
  
3. Verificata l'eventuale isostaticità della struttura, determinare la reazione vincolare esplicitata dal vincolo posto in  $E$ .

