

Università degli Studi di Salerno - Facoltà di Ingegneria
Ing. Civile e Ing. Ambiente e Territorio - Matematica V
Prova scritta - Prof. M. Ciarletta - 09/09/2005

1. Dato il seguente campo di forze piano e posizionale

$$\mathbf{F}(x, y) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} \mathbf{e}_1 + \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} \mathbf{e}_2,$$

determinarne il dominio e stabilire se esso è conservativo, e in tal caso determinarne il potenziale. Calcolare poi il lavoro compiuto lungo il quarto di circonferenza del primo quadrante di centro l'origine e di raggio 2, percorso in senso orario.

2. Si consideri un sistema costituito da un disco rigido omogeneo, di massa M e raggio R , giacente nel piano verticale Oxy e vincolato a rotolare senza strisciare sopra l'asse x . Al disco è rigidamente vincolata un'asta rigida sottile e omogenea, di massa m e di lunghezza l , con un estremo nel centro del disco e diretta lungo un suo raggio. Si scrivano le equazioni di Lagrange del sistema, e si individuino, le eventuali posizioni di equilibrio del sistema.
3. Nel piano verticale Oxy , un'asta rigida omogenea AB di massa m e lunghezza l ruota intorno all'asse orizzontale z , incernierata senza attrito con l'estremo B nell'origine. Oltre alla reazione vincolare e alla forza peso, nel punto A agiscono le forze elastiche $\mathbf{F}_1 = k(H - A)$, con $H = (0, h)$ e $\mathbf{F}_2 = k(A^* - A)$, dove A^* è la proiezione di A sull'asse x . Si determinino l'equazione pura del moto e la reazione vincolare. Si individuino poi le eventuali posizioni di equilibrio, e se ne discuta la stabilità, anche nel caso in cui l'intero sistema ruoti con velocità angolare costante Ω intorno all'asse verticale y .