

Università degli Studi di Salerno - Facoltà di Ingegneria
Ing. Civile e Ing. Ambiente e Territorio - Matematica V
Prova scritta - Prof. M. Ciarletta - 11/07/2005

1. Dato il seguente campo di forze piano e posizionale

$$\mathbf{F}(x, y) = \frac{1}{x + \sqrt{x}\sqrt{y}} \mathbf{e}_1 + \frac{1}{y + \sqrt{x}\sqrt{y}} \mathbf{e}_2,$$

determinarne il dominio e stabilire se esso è conservativo, e in tal caso determinarne il potenziale. Calcolare poi il lavoro compiuto lungo il segmento di primo estremo $A = (1, 0)$ e secondo estremo $B = (4, 1)$.

2. Si consideri un sistema costituito da un disco rigido omogeneo, di massa M e raggio R , vincolato a rotolare senza strisciare sopra l'asse x , al cui centro è vincolato senza attrito uno degli estremi di un'asta rigida sottile e omogenea, di massa m e di lunghezza l . Il disco è inoltre soggetto ad una forza elastica applicata nel suo centro e diretta ortogonalmente verso l'asse verticale y .

Si scrivano le equazioni di Lagrange del sistema, e si individuino, se possibile, le eventuali posizioni di equilibrio del sistema.

3. Nel piano verticale Oxy , un punto materiale di massa m si muove senza attrito su una guida circolare di equazione $x^2 + y^2 = R^2$. Oltre alla forza peso, sul punto agisce la forza $\mathbf{F} = \lambda(P - A) \times \mathbf{u}$, con $A = (0, 0, h)$ e $\mathbf{u} = \mathbf{e}_1 + 2\mathbf{e}_2$.

Si scrivano le equazioni di Lagrange del sistema, si individuino le eventuali posizioni di equilibrio, e si discuta la loro stabilità. Si determinino inoltre le eventuali posizioni di equilibrio nel caso in cui il sistema ruoti con velocità angolare costante Ω intorno all'asse y .