

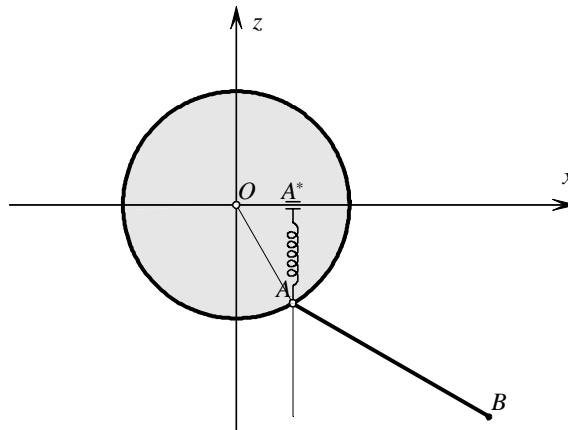
Università degli Studi di Salerno - Facoltà di Ingegneria
Ing. Civile e Ing. Ambiente e Territorio - Matematica V
Prova scritta - Prof. M. Ciarletta - 21/06/2005

1. Dato il seguente campo di forze piano e posizionale

$$\mathbf{F}(x, y) = xe^{-x^2-y^4} \mathbf{e}_1 + \left(ky^3 e^{-x^2-y^4} + \frac{1-y}{\sqrt{1-y^2}} \right) \mathbf{e}_2,$$

determinare per quale valore di k esso è conservativo. In corrispondenza di tale valore di k , determinare il potenziale ed il lavoro compiuto lungo la curva di equazione $x = 4y^2$, dal punto $A = (1, +\frac{1}{2})$ al punto $B = (1, -\frac{1}{2})$.

2. Si consideri il sistema mostrato in figura, giacente in un piano verticale Oxz , costituito da un disco rigido piano e omogeneo di massa M e raggio R , vincolato senza attrito con il suo centro nell'origine degli assi, e da un'asta rigida sottile e omogenea, di massa m e lunghezza l , incernierata senza attrito con l'estremo A ad un punto periferico del disco. Sul sistema, oltre alla forza peso, agisce una molla di costante elastica k che collega l'estremo A alla sua proiezione sull'asse x .
 Si scrivano le equazioni di Lagrange del sistema, si individuino le eventuali posizioni di equilibrio nel caso considerato, e nel caso in cui l'asta è ulteriormente vincolata a mantenersi normale al disco, e se possibile di discuta la loro stabilità.



3. Nel piano verticale Oxy , un'asta rigida omogenea AB di massa m e lunghezza l ruota senza attrito attorno all'asse orizzontale z , incernierata con l'estremo B nell'origine. Oltre alla reazione vincolare e alla forza peso, nel punto A agisce la forza elastica $\mathbf{F}_1 = k(H - A)$, con $H = (h, 0)$ e nel punto A' dell'asta, distante $\frac{3}{4}l$ dall'origine, agisce la forza elastica $\mathbf{F}_2 = k(H' - A')$, con $H' = (-h, 0)$.
 Si scrivano le equazioni di Lagrange del sistema, si individuino le eventuali posizioni di equilibrio nel caso considerato, e nel caso in cui il sistema ruota con intorno all'asse y con velocità angolare costante Ω .