

## ESAME DI MATEMATICA III – Ingegneria Meccanica (Prof. Scarpetta)

A.A. 2005/2006 - Prova scritta del 16 Febbraio 2006

1) Nel piano verticale Oxy, un'asta rigida OA di massa  $M$  e lunghezza  $\ell$  è vincolata a ruotare senza attrito attorno all'asse  $z$  in O (di versore  $e_3$ ). Oltre alla reazione vincolare e alla forza peso, su di essa agisce una forza elastica  $F = k(A^* - A)$  applicata nell'estremo A, ove  $A^*$  è la proiezione di A sulla retta bisettrice del 1° e 3° quadrante.

Scrivere l'equazione pura del moto dell'asta, e calcolare le eventuali posizioni d'equilibrio, discutendone la stabilità, nel caso  $Mg = k\ell$ .

2) Nel piano verticale Oxy, un punto materiale P di massa  $m$  è vincolato a muoversi senza attrito sulla circonferenza di equazione  $x^2 + y^2 - 2Rx - 4Ry + 4R^2 = 0$ . Oltre alla forza peso e alla reazione vincolare, esso è soggetto alle forze attive  $F_1 = \lambda(P - P^*) \times e_3$  e  $F_2 = a e_1 + b e_2$ , ove  $P^*$  è la proiezione di P sull'asse  $x$ . Scrivere l'equazione pura del moto e calcolare reazione vincolare e posizioni d'equilibrio, discutendo la stabilità di queste nel caso  $2a + 3\lambda R = b - mg = 0$ .

3) Nel piano Oxy, si consideri un quadrato  $(-2a, 2a) \times (-2a, 2a)$  privato di un cerchio di centro  $(a, a)$  e raggio  $a$ . Si calcolino: baricentro, matrice d'inerzia ed assi e momenti principali (risp. O) della figura risultante.

4) Dato il campo vettoriale di componenti

$$v_x(x, y) = \sqrt{y-1} + x, \quad v_y(x, y) = \frac{x}{2\sqrt{y-1}},$$

calcolare l'integrale curvilineo della forma differenziale associata fra i punti  $A \equiv (1, 2)$  e  $B \equiv (2, 5)$ , nell'ordine, lungo: 1) l'arco di parabola con vertice sull'asse  $y$ ; 2) un altro percorso a scelta.