

## ESAME DI MATEMATICA III – Ingegneria Meccanica (Prof. Scarpetta)

A.A. 2005/2006 - Prova scritta del 19 Gennaio 2006

1) Nel piano verticale Oxy, un'asta rigida AB di massa  $M$  e lunghezza  $4\ell$  è vincolata a ruotare senza attrito attorno all'asse  $z$  in  $O$  (di versore  $\mathbf{e}_3$ ) in modo che  $OB = 3 AO$ ; oltre alla reazione vincolare e alla forza peso, su di essa agiscono due forze attive:  $\mathbf{F}_1 = \lambda (\mathbf{B} - \mathbf{B}^*) \times \mathbf{e}_3$  applicata nell'estremo  $B$ , e  $\mathbf{F}_2 = k (\mathbf{H} - \mathbf{A})$  applicata in  $A$ , ove  $\mathbf{B}^*$  è la proiezione di  $B$  sull'asse  $x$  e  $H$  il punto (fisso) di coordinate  $(0, h)$ .

Scrivere l'equazione pura del moto dell'asta, e calcolare le eventuali posizioni d'equilibrio, discutendone la stabilità, nel caso  $h = 27 \lambda \ell + 2 Mg = 0$ .

2) Nel piano verticale Oxy, un punto materiale  $P$  di massa  $m$  è vincolato a muoversi senza attrito sulla circonferenza di equazione  $x^2 + y^2 - \sqrt{2} R x - \sqrt{2} R y = 0$ . Oltre alla forza peso e alla reazione vincolare, esso è soggetto alle forze attive  $\mathbf{F}_1 = k (\mathbf{A} - \mathbf{P})$  e  $\mathbf{F}_2 = c_1 \mathbf{e}_1 + c_2 \mathbf{e}_2$ , ove  $A$  è (l'altro) punto di intersezione della circonferenza con l'asse  $y$ . Scrivere l'equazione pura del moto e calcolare reazione vincolare e posizioni d'equilibrio, discutendo la stabilità di queste nel caso  $c_1 + c_2 = mg$ .

3) Nel piano Oxy, si consideri un cerchio di centro  $O$  e raggio  $R$ , privato del settore circolare retto di centro  $O$  e raggio  $r = R/2$  nel primo quadrante. Si calcolino: baricentro, matrice d'inerzia (risp.  $O$ ), assi e momenti principali, della figura risultante.

4) Dato il campo vettoriale di componenti

$$v_x(x, y) = e^y, \quad v_y(x, y) = x e^y,$$

calcolare l'integrale curvilineo della forma differenziale associata lungo almeno due percorsi fra i punti  $A \equiv (1,1)$  e  $B \equiv (2,2)$ , nell'ordine, e commentare il risultato.