

ESAME DI MATEMATICA III – Ingegneria Meccanica (Prof. Scarpetta)

Prova scritta – 20 Settembre 2005

- 1) Nel piano verticale Oxy, un'asta rigida OB di massa M e lunghezza ℓ è vincolata a ruotare senza attrito attorno all'asse z in O di versore \mathbf{e}_3 ; oltre alla reazione vincolare e alla forza peso, su di essa agisce una forza attiva $\mathbf{F}_B = \lambda \mathbf{e}_3 \times (\mathbf{B}-\mathbf{A})$, applicata nell'estremo B, ove $\mathbf{A} \equiv (0, -a)$. Scrivere l'equazione pura del moto, e calcolare le eventuali posizioni d'equilibrio, discutendone la stabilità, nel caso $a = 0$ e $4\lambda \ell = -Mg$.
- 2) Nel piano verticale Oxy, un punto materiale P di massa m è vincolato a muoversi senza attrito sulla retta fissa $y = (tg \alpha)x - q$, ove α è acuto e $q > 0$. Oltre alla forza peso e alla reazione vincolare, esso è soggetto alla forza attiva $\mathbf{F} = \lambda \mathbf{e}_3 \times (\mathbf{P}-\mathbf{P}^*)$, ove \mathbf{P}^* è la proiezione di P sull'asse y. Scrivere l'equazione pura del moto e calcolare reazione vincolare e posizioni d'equilibrio, discutendo la stabilità al variare (del segno) di λ .
- 3) Nel piano Oxy, si consideri nel 2° quadrante un semicerchio passante per l'origine O, di centro $\mathbf{C} \equiv (0, R)$, raggio R e diametro verticale. Ne si calcoli il momento d'inerzia rispetto alle rette r, r', r_G inclinate di $\pi/6$ sull'orizzontale e passanti, rispettivamente, per C, O, G.
- 4) Determinare l'asse centrale del seguente sistema di vettori applicati:
 $P_1 \equiv (0, -1, 0)$, $\mathbf{v}_1 = -3\mathbf{e}_2 + 2\mathbf{e}_3$; $P_2 \equiv (3, -3, -1)$, $\mathbf{v}_2 = 6\mathbf{e}_2 - 4\mathbf{e}_3$; $P_3 \equiv (3, 1, -2)$, $\mathbf{v}_3 = \mathbf{e}_1 - 3\mathbf{e}_2 + 3\mathbf{e}_3$;
e calcolare la posizione del centro dei primi due (paralleli).
- 5) Dato il campo vettoriale

$$\mathbf{v}(x, y) = (x^2 + \lambda y)\mathbf{e}_1 + (2y^2 - 2x)\mathbf{e}_2 \quad ,$$

determinare il valore di λ affinché esso sia conservativo, ed in tal caso calcolarne l'integrale curvilineo lungo l'arco di circonferenza di centro O e raggio 1 e lungo il segmento di retta fra i punti $\mathbf{A} \equiv (1, 0)$ e $\mathbf{B} \equiv (0, 1)$, nell'ordine.