

## ESAME DI MATEMATICA III – Ingegneria Meccanica (Prof. Scarpetta)

Prova scritta – 18 Luglio 2005

- 1) Nel piano verticale Oxy, un'asta rigida OA di massa M e lunghezza  $\ell$  è vincolata a ruotare senza attrito attorno all'asse z in O di versore  $\mathbf{e}_3$ ; oltre alla reazione vincolare e alla forza peso, su di essa agisce una forza attiva  $\mathbf{F}_A = \lambda (A-B) \times \mathbf{e}_3$  applicata nell'estremo A, ove  $B \equiv (a, b)$ . Scrivere l'equazione pura del moto e calcolare le eventuali posizioni d'equilibrio, discutendone la stabilità nel caso  $b = 0$  e  $Mg = 6\lambda a$ .
- 2) Nel piano verticale Oxy, un punto materiale P di massa  $m$  è vincolato a muoversi senza attrito sulla circonferenza  $x^2 + y^2 - 2Rx = 0$ . Oltre alla forza peso e alla reazione vincolare, esso è soggetto alla forza attiva  $\mathbf{F} = h\mathbf{e}_1 + k\mathbf{e}_2$ , con  $h$  e  $k \in \mathfrak{R}$ . Scrivere l'equazione pura del moto e calcolare reazione vincolare e posizioni d'equilibrio, discutendo la stabilità di queste ultime nel caso  $h + k = mg$ .
- 2) Nel piano Oxy, si consideri un settore circolare retto di centro O e raggio R nel 2° quadrante; ne si determinino i momenti d'inerzia rispetto alla retta r di equazione  $y = -(1/\sqrt{3})x$ , e inoltre rispetto alle rette  $r_G$  e  $r'$ , l'una parallela a r e passante per il baricentro G, l'altra perpendicolare a r e passante per O.
- 4) Determinare l'asse centrale del seguente sistema di vettori applicati:  
 $P_1 \equiv (0, -1, 0)$ ,  $\mathbf{v}_1 = -3\mathbf{e}_2 + 2\mathbf{e}_3$ ;  $P_2 \equiv (3, -3, -1)$ ,  $\mathbf{v}_2 = -2\mathbf{e}_1 + 2\mathbf{e}_2 + 3\mathbf{e}_3$ ;  $P_3 \equiv (3, 1, -2)$ ,  $\mathbf{v}_3 = \mathbf{e}_1 + 3\mathbf{e}_2 - 3\mathbf{e}_3$ .
- 5) Dato il campo vettoriale 
$$\mathbf{v}(x, y) = \frac{y}{y^2 + 4x^2} \mathbf{e}_1 - \frac{x}{y^2 + 4x^2} \mathbf{e}_2$$
, calcolarne l'integrale curvilineo lungo la parabola  $y = 1 - x^2$  fra i punti A e B di intersezione con l'asse x e lungo il segmento rettilineo AB (da A a B).