

## ESAME DI MATEMATICA III – Ingegneria Meccanica (Prof. Scarpetta)

Prova scritta – 6 Luglio 2005

- 1) Nel piano verticale Oxy, un'asta rigida OA di massa M e lunghezza  $\ell$  è vincolata a ruotare senza attrito attorno all'asse z in O di versore  $\mathbf{e}_3$ ; oltre alla reazione vincolare e alla forza peso, su di essa agisce una forza attiva  $\mathbf{F} = \lambda (\mathbf{B} - \mathbf{A}) \times \mathbf{e}_3$  applicata nell'estremo A, ove  $\mathbf{B} \equiv (a, b)$  è un punto fisso.  
Scrivere l'equazione pura del moto, e calcolare le eventuali posizioni d'equilibrio, discutendone la stabilità, nel caso  $\lambda = -Mg/2a$  e  $b = -2\ell$ .
- 2) Nel piano verticale Oxy, un punto materiale P di massa  $m$  è vincolato a muoversi senza attrito sulla retta di equazione  $y = px + q$ ,  $p > 0$ . Oltre alla forza peso e alla reazione vincolare, esso è soggetto alla forza elastica  $\mathbf{F} = k(\mathbf{Q} - \mathbf{P})$ , ove  $\mathbf{Q} \equiv (a, b)$  è un punto fisso. Scrivere l'equazione pura del moto e calcolare reazione vincolare e posizioni d'equilibrio, discutendo la stabilità di queste ultime.
- 3) Nel piano Oxy, si consideri nel 1° quadrante un triangolo rettangolo (avente l'angolo retto in O e i cateti, lunghi  $a$ , appoggiati sugli assi cartesiani) privato di un settore circolare retto, di centro O e raggio  $(\sqrt{2}/2)a$ . Si calcoli il baricentro G e la matrice d'inerzia (risp. O) della figura risultante, nonché i momenti d'inerzia rispetto a due assi passanti per G e paralleli agli assi cartesiani.
- 4) Determinare centro e asse centrale del seguente sistema di vettori applicati:  
 $P_1 \equiv (0, -1, 0)$ ,  $\mathbf{v}_1 = -\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3$ ;  $P_2 \equiv (0, -1, -1)$ ,  $\mathbf{v}_2 = 3\mathbf{e}_1 - 3\mathbf{e}_2 - 3\mathbf{e}_3$ ;  
 $P_3 \equiv (1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{v}_3 = 2\mathbf{e}_1 - 2\mathbf{e}_2 - 2\mathbf{e}_3$ .
- 5) Dato il campo vettoriale
- $$\mathbf{v}(x, y) = (4xy + x)\mathbf{e}_1 + (2x^2 + 3y^2)\mathbf{e}_2,$$
- calcolare l'integrale curvilineo della forma differenziale associata lungo almeno due percorsi fra i punti  $\mathbf{A} \equiv (1, 1)$  e  $\mathbf{B} \equiv (3, 2)$ , nell'ordine, e commentare il risultato.