

## ESAME DI MATEMATICA III – Ingegneria Meccanica (Prof. Scarpetta)

Prova scritta – 18 Febbraio 2005

- 1) Nel piano verticale Oxy, un'asta rigida OA di massa M e lunghezza  $\ell$  è vincolata a ruotare senza attrito attorno all'asse z in O di versore  $\mathbf{e}_3$ ; oltre alla reazione vincolare e alla forza peso, su di essa agisce una forza attiva  $\mathbf{F} = \lambda (A - A^*) \times \mathbf{e}_3$  applicata nell'estremo A, ove  $A^*$  è la proiezione di A sull'asse verticale y.  
Scrivere l'equazione pura del moto, e calcolare le eventuali posizioni d'equilibrio, discutendone la stabilità, nel caso  $\lambda = mg / \ell$ .
- 2) Nel piano verticale Oxy, un punto materiale P di massa  $m$  è vincolato a muoversi senza attrito sulla circonferenza di equazione  $x^2 + y^2 + 2Ry = 0$ . Oltre alla forza peso e alla reazione vincolare, esso è soggetto alla forza elastica  $\mathbf{F} = k(\mathbf{H} - \mathbf{P})$ , ove  $\mathbf{H} \equiv (-2R, 0)$ . Scrivere l'equazione pura del moto e calcolare reazione vincolare e posizioni d'equilibrio, discutendo la stabilità di queste ultime nel caso  $3kR = mg$ .
- 3) Nel piano Oxy, si consideri nel 1° quadrante un settore circolare retto, di centro O e raggio  $a$ , privato del triangolo OAB, ove  $A \equiv (0, a)$  e  $B \equiv (a, 0)$ . Si calcoli il baricentro e la matrice d'inerzia (risp. O) della figura risultante.
- 4) Determinare l'asse centrale del seguente sistema di vettori applicati:  
 $P_1 \equiv (-2, 3, 1)$ ,  $\mathbf{v}_1 = 3\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 - 3\mathbf{e}_3$ ;  $P_2 \equiv (-1, 3, -3)$ ,  $\mathbf{v}_2 = -4\mathbf{e}_1 + 6\mathbf{e}_3$ ;  $P_3 \equiv (0, 0, -1)$ ,  $\mathbf{v}_3 = 2\mathbf{e}_1 - 3\mathbf{e}_3$ ;  
e calcolare la posizione del centro degli ultimi due (paralleli).
- 5) Dato il campo vettoriale
$$\mathbf{v}(x, y) = (2xy)\mathbf{e}_1 + (x^2 - \sin y)\mathbf{e}_2$$
,  
calcolare l'integrale curvilineo della forma differenziale associata lungo almeno due percorsi fra i punti  $A \equiv (0, 2)$  e  $B \equiv (1, 0)$ , nell'ordine, e commentare il risultato.