

ESAME DI MATEMATICA III – Ingegneria Meccanica (Prof. Scarpetta)

Prova scritta – 14 Settembre 2004

1) Nel piano verticale Oxy, un'asta rigida OA di massa M e lunghezza ℓ è vincolata a ruotare senza attrito attorno all'asse orizzontale z in O ; oltre alla reazione vincolare e alla forza peso, su di essa agiscono una forza elastica $\mathbf{F}_1 = k(\mathbf{B} - \mathbf{A})$, ove $\mathbf{B} \equiv (0, -\ell)$, e una forza attiva $\mathbf{F}_2 = a\mathbf{e}_1 + b\mathbf{e}_2$, entrambe applicate nell'estremo A. Scrivere l'equazione pura del moto e calcolare le eventuali posizioni d'equilibrio, discutendone la stabilità nel caso $b = 0$ e $a = -Mg/2 - k\ell$.

2) Nel piano verticale Oxy, un punto materiale P di massa m è vincolato a muoversi senza attrito sulla circonferenza di equazione $x^2 + y^2 - 2\sqrt{3}R x + 2R^2 = 0$. Oltre alla forza peso e alla reazione vincolare, esso è soggetto alla forza elastica $\mathbf{F} = k(\mathbf{A} - \mathbf{P})$ ove $k > 0$ e $\mathbf{A} = (0, 2R)$. Scrivere l'equazione pura del moto e calcolare reazione vincolare e posizioni d'equilibrio, discutendo la stabilità di queste ultime nel caso $5kR = mg$.

3) Nel piano Oxy, si consideri un settore circolare retto di centro O e raggio R nel 3° quadrante; ne si determinino i momenti d'inerzia rispetto alla retta r di equazione $y = -\sqrt{3}x$ e rispetto alla retta r_G parallela a r e passante per il baricentro G . Quali sono gli assi principali d'inerzia del settore rispetto ad O ?

4) Determinare asse centrale e centro del seguente sistema di vettori applicati:

$$P_1 \equiv (-1, -1, 1), \quad \mathbf{v}_1 = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + 3\mathbf{e}_3; \quad P_2 \equiv (1, 1, 1), \quad \mathbf{v}_2 = -2\mathbf{e}_1 - 2\mathbf{e}_2 - 6\mathbf{e}_3; \quad P_3 \equiv (-1, 0, 0), \quad \mathbf{v}_3 = 2\mathbf{e}_1 + 2\mathbf{e}_2 + 6\mathbf{e}_3.$$

5) Dato il campo vettoriale

$$\mathbf{v}(x, y) = (y^2 - \sin x)\mathbf{e}_1 + (2xy)\mathbf{e}_2,$$

calcolarne l'integrale curvilineo lungo l'arco di parabola ad asse verticale con vertice nell'origine e lungo il segmento di retta fra i punti $O \equiv (0, 0)$ e $A \equiv (1, 2)$, nell'ordine.