

ESAME DI MATEMATICA III – Ingegneria Meccanica (Prof. Scarpetta)

Prova scritta – 20 Luglio 2004

- 1) Nel piano verticale Oxy, un'asta rigida OA di massa M e lunghezza ℓ è vincolata a ruotare senza attrito attorno all'asse z in O di versore \mathbf{e}_3 ; oltre alla reazione vincolare e alla forza peso, su di essa agisce una forza elastica $\mathbf{F} = k(\mathbf{B} - \mathbf{A})$ applicata nell'estremo A, ove $\mathbf{B} \equiv (-\ell, 0)$. Scrivere l'equazione pura del moto, e calcolare le eventuali posizioni d'equilibrio, discutendone la stabilità, nel caso $Mg = 2k\ell$.
- 2) Nel piano verticale Oxy, un punto materiale P di massa m è vincolato a muoversi senza attrito sulla circonferenza di equazione $x^2 + y^2 - 2Rx = 0$. Oltre alla forza peso e alla reazione vincolare, esso è soggetto alla forza attiva $\mathbf{F} = \lambda(\mathbf{O} - \mathbf{P}) \times \mathbf{e}_3$. Scrivere l'equazione pura del moto e calcolare reazione vincolare e posizioni d'equilibrio, discutendo la stabilità di queste ultime nel caso $\lambda R \left(1 + \frac{2}{\sqrt{3}}\right) = mg$.
- 3) Nel piano Oxy, si consideri nel 1° quadrante un semicerchio passante per l'origine O, di centro $\mathbf{C} \equiv (0, R)$, raggio R e diametro verticale. Ne si calcoli il momento d'inerzia rispetto alle rette r, r', r_G inclinate di $\pi/6$ sull'orizzontale e passanti, rispettivamente, per C, O, G, - ed inoltre rispetto alla retta r'' perpendicolare a r e passante per O.
- 4) Determinare l'asse centrale del seguente sistema di vettori applicati:
 $P_1 \equiv (0, -1, 0)$, $\mathbf{v}_1 = -3\mathbf{e}_2 + 2\mathbf{e}_3$; $P_2 \equiv (3, -3, -1)$, $\mathbf{v}_2 = 6\mathbf{e}_2 - 4\mathbf{e}_3$; $P_3 \equiv (3, 1, -2)$, $\mathbf{v}_3 = \mathbf{e}_1 - 3\mathbf{e}_2 + 3\mathbf{e}_3$;
e calcolare la posizione del centro dei primi due (paralleli).
- 5) Dato il campo vettoriale
$$\mathbf{v}(x, y) = (2x^2 + 2\lambda y)\mathbf{e}_1 + (y^2 + x)\mathbf{e}_2$$
,
determinare il valore di λ affinché esso sia conservativo, ed in tal caso calcolarne l'integrale curvilineo lungo l'arco di circonferenza di centro O e raggio 1 e lungo il segmento di retta fra i punti $\mathbf{A} \equiv (1, 0)$ e $\mathbf{B} \equiv (0, 1)$, nell'ordine.