ESAME DI MATEMATICA III – Ingegneria Meccanica (Prof. Scarpetta)

Prova scritta – 2 Luglio 2004

1) Nel piano verticale Oxy, un'asta rigida OB di massa M e lunghezza ℓ è vincolata a ruotare senza attrito attorno all'asse z in O di versore $\mathbf{e}_3$; oltre alla reazione vincolare e alla forza peso, su di essa agisce una forza attiva $\boldsymbol{F_B} = \lambda\,(A\text{-}B)\times \mathbf{e}_3$ applicata nell'estremo B, ove $A \equiv (0,\text{-}h)$. Scrivere l'equazione pura del moto, e calcolare le eventuali posizioni d'equilibrio, discutendone la stabilità, nel caso h = 0 e $\lambda = -\,Mg/(4\,\ell\,)$.

2) Nel piano verticale Oxy, un punto materiale P di massa m è vincolato a muoversi senza attrito sulla retta fissa $y = -(tg\,\alpha\,)x + q$, ove α è acuto e $q > 0$. Oltre alla forza peso e alla reazione vincolare, esso è soggetto alla forza attiva $\boldsymbol{F} = \lambda\,(P\text{-}P^*)\times \mathbf{e}_3$, ove P* è la proiezione di P sull'asse y e $\lambda \in \Re$. Scrivere l'equazione pura del moto e calcolare reazione vincolare e posizioni d'equilibrio, discutendo la stabilità al variare (del segno) di λ.

3) Nel piano Oxy, si consideri un semicerchio passante per l'origine O, di centro $C \equiv (0, R)$, raggio R e diametro orizzontale. Ne si calcoli il momento d'inerzia rispetto alle rette r, r', r_G inclinate di $\pi / 3$ sull'orizzontale e passanti, rispettivamente, per C, O, G, - ed inoltre rispetto alla retta r'' perpendicolare a r e passante per C.

4) Determinare l'asse centrale del seguente sistema di vettori applicati:

$P_1 \equiv (-1,0,0),\ \mathbf{v_1} = -3\boldsymbol{e_1} + 2\boldsymbol{e_2}\ ;\ P_2 \equiv (-3,-1,3),\ \mathbf{v}_2 = 6\boldsymbol{e_1} - 4\boldsymbol{e_2}\ ;\ P_3 \equiv (1,-2,3),\ \mathbf{v}_3 = -3\boldsymbol{e_1} + 3\boldsymbol{e_2} + \boldsymbol{e_3}\ ;$

e calcolare la posizione del centro dei primi due (paralleli).

5) Dato il campo vettoriale

$$\boldsymbol{v}(x,y) = \left(x^2 + y\right)\boldsymbol{e}_1 + \left(2\,y^2 - 2\lambda\,x\right)\boldsymbol{e}_2 \quad ,$$

determinare il valore di λ affinchè esso sia conservativo, ed in tal caso calcolarne l'integrale curvilineo lungo l'arco di circonferenza di centro O e raggio 1 e lungo il segmento di retta fra i punti $A \equiv (1,0)$ e $B \equiv (0,1)$, nell'ordine.