

ESAME DI MATEMATICA III – Ingegneria Meccanica (Prof. Scarpetta)

Prova scritta – 20 Febbraio 2004

- 1) Nel piano verticale Oxy, un'asta rigida OA di massa M e lunghezza ℓ è vincolata a ruotare senza attrito attorno all'asse z in O di versore \mathbf{e}_3 ; oltre alla reazione vincolare e alla forza peso, su di essa agisce una forza attiva $\mathbf{F}_A = \lambda \mathbf{e}_3 \times (\mathbf{B}-\mathbf{A})$ applicata nell'estremo A, ove $\mathbf{B} \equiv (\ell, 0)$. Scrivere l'equazione pura del moto e calcolare le eventuali posizioni d'equilibrio, discutendone la stabilità nel caso $\lambda \ell = Mg/6$.
- 2) Nel piano verticale Oxy, un punto materiale P di massa m è vincolato a muoversi senza attrito sulla circonferenza $x^2 + y^2 = 2Rx$. Oltre alla forza peso e alla reazione vincolare, esso è soggetto alla forza attiva $\mathbf{F} = a\mathbf{e}_1 + b\mathbf{e}_2$, con a e $b \in \mathfrak{R}$. Scrivere l'equazione pura del moto e calcolare reazione vincolare e posizioni d'equilibrio, discutendo la stabilità di queste ultime nel caso $a + b = mg$.
- 2) Nel piano Oxy, si consideri un settore circolare retto di centro O e raggio R nel 3° quadrante; ne si determinino i momenti d'inerzia rispetto alla retta r di equazione $y = -(1/\sqrt{3})x$, e inoltre rispetto alle rette r_G e r' , l'una parallela a r e passante per il baricentro G, l'altra perpendicolare a r e passante per O.
- 4) Determinare l'asse centrale del seguente sistema di vettori applicati:
 $P_1 \equiv (0, -1, 0)$, $\mathbf{v}_1 = -3\mathbf{e}_2 + 2\mathbf{e}_3$; $P_2 \equiv (3, -3, -1)$, $\mathbf{v}_2 = -2\mathbf{e}_1 + 2\mathbf{e}_2 + 3\mathbf{e}_3$; $P_3 \equiv (3, 1, -2)$, $\mathbf{v}_3 = \mathbf{e}_1 + 3\mathbf{e}_2 - 3\mathbf{e}_3$.
- 5) Dato il campo vettoriale
$$\mathbf{v}(x, y) = \frac{y}{y^2 + 4x^2} \mathbf{e}_1 - \frac{x}{y^2 + 4x^2} \mathbf{e}_2$$
, calcolarne l'integrale curvilineo lungo la parabola $y = -x^2 + 1$ fra i punti A e B di intersezione con l'asse x.