

**ESAME DI MATEMATICA III – Ingegneria Meccanica (Prof. Scarpetta)**

II Prova intracorso – 30 Gennaio 2004

1) Nel piano verticale Oxy, un'asta rigida OA di massa M e lunghezza  $\ell$  è vincolata a ruotare senza attrito attorno all'asse z in O; oltre alla reazione vincolare e alla forza peso, su di essa agiscono una forza elastica  $\mathbf{F}_1 = k(\mathbf{B}-\mathbf{G})$  applicata nel baricentro G, ove  $\mathbf{B} \equiv (0, \ell)$ , e una forza

$\mathbf{F}_2 = a\mathbf{e}_1 + b\mathbf{e}_2$  applicata nell'estremo A. Scrivere l'equazione pura del moto e calcolare le eventuali posizioni d'equilibrio, discutendone la stabilità nei due casi  $a=0$  e  $a+b=(mg-k\ell)/2$ .

2) Nel piano verticale Oxy, un punto materiale P è vincolato a muoversi senza attrito sulla retta  $y = (\tan \alpha)x$ , con  $\alpha$  acuto. Oltre alla forza peso e alla reazione vincolare, esso è soggetto alla forza attiva  $\mathbf{F} = \lambda(\mathbf{P}-\mathbf{P}^*) \times \mathbf{e}_3$ , ove  $\mathbf{P}^*$  è la proiezione di P sull'asse (orizzontale) x. Scrivere l'equazione pura del moto e calcolare reazione vincolare e posizioni d'equilibrio, discutendo la stabilità di queste ultime al variare (del segno) di  $\lambda$ .

3) Nel piano Oxy, si consideri un settore circolare retto di centro O e raggio R nel 2° quadrante; ne si determinino i momenti d'inerzia rispetto alla retta r di equazione  $y = (1/\sqrt{3})x$  e rispetto alla retta  $r_G$  parallela a r e passante per il baricentro G. Quali sono gli assi principali d'inerzia del settore rispetto ad O ?

4) Nel piano Oxy, si calcoli la posizione del baricentro di una figura piana composta da un rettangolo di equazioni  $-R \leq x \leq R$  e  $0 \leq y \leq R$ , e da un semicerchio avente il centro nel punto  $O' \equiv (0, -R)$  e diametro orizzontale lungo  $2R$ .