Università degli Studi di Salerno - Facoltà di Ingegneria
Ingegneria Elettronica - Matematica III
Prova scritta - Prof. M. Ciarletta - 27/04/2005

1. Data la forma differenziale lineare

$$\omega(x,y) = \frac{x^3}{x^4+y^4}dx + \frac{y^3}{x^4+y^4}dy$$

stabilire se essa è chiusa, se è esatta, ed in tal caso determinarne una primitiva. Calcolare poi l'integrale della forma differenziale sulla curva di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x = \sqrt{\cos t} \\ y = \sqrt{\sin t} \end{cases} \qquad t \in \left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right]$$

e, se la forma è esatta, verificare il risultato utilizzando la primitiva precedentemente individuata.

2. Calcolare l'integrale doppio

$$\int_D \frac{1}{(x+y)^2\left(1+\log^2 x^2\right)}dxdy$$

sul dominio limitato D, individuato dalle rette $x = 1$, $x = \sqrt{e}$, $y = x/2$, $y = 2x$.

3. Determinare il flusso del campo vettoriale

$$\mathbf{v}(x,y,z) = \frac{\cos z}{2z^2}(x\mathbf{i} - y\mathbf{j})$$

attraverso la superficie di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x = 2v\cos u \\ y = v\sin u \\ z = v \end{cases} \qquad (u,v) \in \left[0, \frac{\pi}{4}\right] \times \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$$

nella direzione tale che il vettore normale alla superficie abbia componente z positiva.

4. Determinare massimi e minimi assoluti della funzione

$$f(x,y) = x^2 + y^2 - 4x + 4$$

sul compatto

$$C = \left\{(x,y) \in R^2 : x^2 + y^2 - 2x - 3 \leq 0, \quad x^2 - y^2 \geq 1\right\}.$$

5. Studiare la convergenza della seguente serie di potenze, e determinarne la somma

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{2n}{2n+1} x^{2n}$$