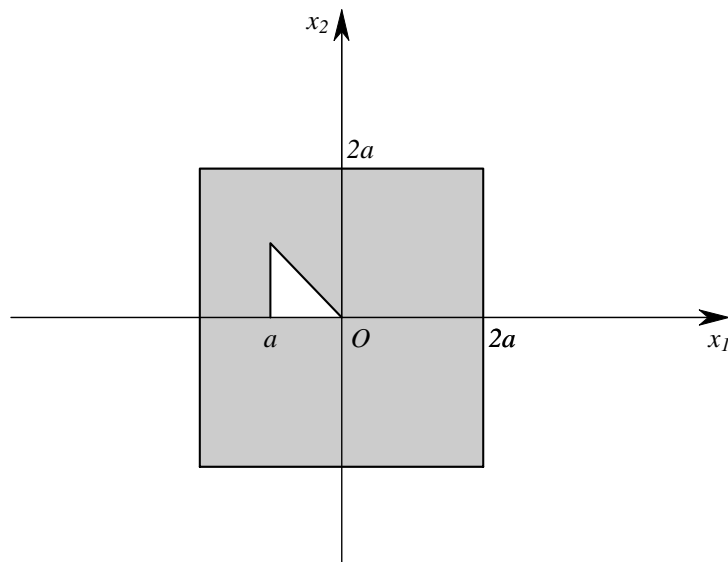


1. In un sistema di riferimento  $Ox_1x_2x_3$ , si consideri il quadrato di lato  $4a$ , giacente nel piano  $Ox_1x_2$  e avente densità costante  $\mu_0$ , privato di un triangolo rettangolo, come illustrato in figura. Se ne determinino le coordinate del baricentro, i momenti d'inerzia  $I_{x_1}$  e  $I_{x_2}$ , nonché il momento d'inerzia relativo alla bisettrice di secondo e quarto quadrante.



2. Dato il seguente campo di forze piano e posizionale

$$\mathbf{F}(x_1, x_2) = \frac{1}{x_1x_2^2} \mathbf{i}_1 + \frac{1}{x_2^3} \log x_1^\alpha \mathbf{i}_2,$$

valutarne il dominio, stabilire se esso è conservativo e determinarne il potenziale. Calcolare poi il lavoro compiuto lungo la bisettrice di secondo e quarto quadrante, dal punto di coordinate  $(2, -2)$  al punto di coordinate  $(1, -1)$ .

3. Nel piano verticale  $Ox_1x_2$ , un'asta rigida  $OP$  di lunghezza  $l$  e massa  $2m$  ruota intorno all'asse orizzontale  $x_3$ , incernierata senza attrito con la sua estremità  $O$  nell'origine del sistema di riferimento; alla sua estremità  $P$  è inoltre vincolato un punto materiale di massa  $m$ . Oltre alla reazione vincolare ed alla forza peso, sul sistema agisce la forza elastica  $\mathbf{F}_k = k(\bar{P} - P)$ , con  $\bar{P}$  proiezione, istante per istante, di  $P$  sull'asse  $x_2$ . Si scriva l'equazione pura del moto, si individuino le eventuali posizioni di equilibrio, nell'ipotesi in cui risulti  $kl = 4mg$ , e si determini la reazione vincolare.
4. Nel piano verticale  $Ox_1x_2$ , un punto materiale  $P$  di massa  $m$  è vincolato a muoversi su una guida circolare liscia di equazione  $x_1^2 + x_2^2 + 4Rx_2 + 3R^2 = 0$ . Oltre alla reazione vincolare ed alla forza peso, sul punto  $P$  agiscono la forza elastica  $\mathbf{F}_1 = k(\bar{P} - P)$ , avendo indicato con  $\bar{P}$  la proiezione di  $P$  sull'asse  $x_2$ , e la forza  $\mathbf{F}_2 = \lambda(O - P) \times \mathbf{i}_3$ . Si determini l'equazione pura del moto e si individuino le eventuali posizioni di equilibrio, nell'ipotesi in cui  $\lambda = 0$  e  $2mg = \sqrt{3}kR$ ; si determini infine la reazione vincolare.
5. Ricorrendo al  $PLV$ , valutare la reazione esplicita dal vincolo in  $D$ .

