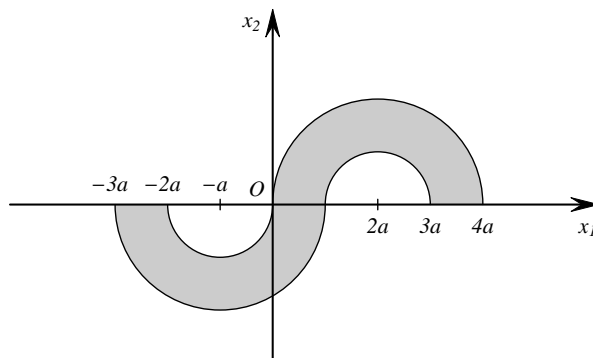


- In un sistema di riferimento  $Ox_1x_2x_3$ , assegnata la seguente distribuzione di massa, avente densità costante e pari a  $\mu_0$  e giacente nel piano  $Ox_1x_2$ , determinarne le coordinate del baricentro, i momenti d'inerzia relativi agli assi coordinati e il momento d'inerzia relativo alla bisettrice del primo e del terzo quadrante.



- Dato il seguente campo di forze piano e posizionale

$$\mathbf{F}(x_1, x_2) = \frac{3x_1 + 2x_2^2}{\sqrt{x_1 + x_2^2}} \mathbf{i}_1 + \frac{2x_1x_2}{\sqrt{x_1 + x_2^2}} \mathbf{i}_2,$$

valutarne il dominio, stabilire se esso è conservativo e, in tal caso, determinarne il potenziale. Calcolare poi il lavoro compiuto lungo la curva di equazione  $x_1 = 1 - x_2^2$  dal punto di coordinate  $A = (1, 0)$  al punto di coordinate  $B = (0, -1)$ .

- Nel piano verticale  $Ox_1x_2$ , un'asta rigida  $OA$  di densità  $\mu(x_1, x_2) = \mu_0 \left(1 + \frac{x_1^2 + x_2^2}{l^2}\right)$  e lunghezza  $l$  ruota intorno all'asse orizzontale  $x_3$ , incernierata senza attrito con la sua estremità  $O$  nell'origine del sistema di riferimento. Oltre alla reazione vincolare ed alla forza peso, sul sistema agisce la forza elastica  $\mathbf{F}_k = k(\bar{A} - A)$ , con  $\bar{A}$  proiezione di  $A$ , istante per istante, sull'asse  $x_1$ . Si scriva l'equazione pura del moto, si individuino le eventuali posizioni di equilibrio, nell'ipotesi in cui risulti  $9mg = 8kl$  (con  $m$  si è indicata la massa dell'asta), e si determini la reazione vincolare.
- Nel piano verticale  $Ox_1x_2$ , un punto materiale  $P$  di massa  $m$  è vincolato a muoversi su una guida circolare liscia di equazione  $x_1^2 + x_2^2 - 2Rx_1 - 2Rx_2 - 2R^2 = 0$ . Oltre alla reazione vincolare e alla forza peso, sul punto  $P$  agiscono la forza elastica  $\mathbf{F}_1 = k(\bar{P} - P)$  e la forza  $\mathbf{F}_2 = \lambda(A - P)$ , con  $\bar{P}$  proiezione, istante per istante, del punto  $P$  sull'asse  $x_1$  ed  $A = (0, 0, R)$ . Si determini l'equazione pura del moto e si individuino le eventuali posizioni di equilibrio, nell'ipotesi in cui risulti  $\lambda = 0$  e  $mg = (\sqrt{3} - 1)kR$ . Infine, si determini la reazione vincolare ed, eventualmente, la si valuti all'equilibrio.
- Ricorrendo al  $PLV$ , valutare la reazione esplicita dal vincolo in  $A$  ( $|\mathbf{F}_1| = |\mathbf{F}_2| = F$ ).

