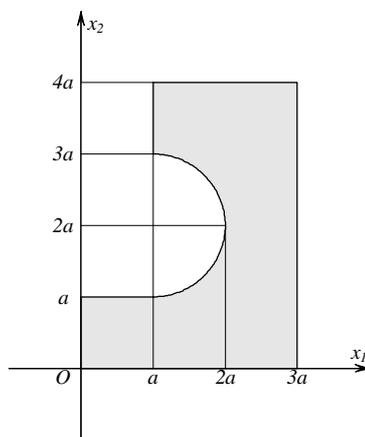


1. In un sistema di riferimento  $Ox_1x_2x_3$ , assegnata la seguente distribuzione di massa, avente densità costante e pari a  $\mu_0$  e giacente nel piano  $Ox_1x_2$ , determinarne la massa, le coordinate del baricentro, il momento d'inerzia relativo all'asse  $x_1$  e il momento d'inerzia relativo alla retta  $r$ , parallela a  $x_1$  e passante per il baricentro del sistema.



2. Dato il seguente campo di forze piano e posizionale

$$\mathbf{F}(x_1, x_2) = \frac{x_2}{e^{x_1x_2} + e^{-x_1x_2}} \mathbf{i}_1 + \frac{x_1}{e^{x_1x_2} + e^{-x_1x_2}} \mathbf{i}_2,$$

valutarne il dominio, stabilire se esso è conservativo e, in tal caso, determinarne il potenziale. Calcolare poi il lavoro compiuto lungo la bisettrice del secondo e del quarto quadrante, dal punto di ascissa  $\sqrt{\log \sqrt{3}}$  al punto di ascissa 0 e, infine, valutare l'esattezza del risultato utilizzando il potenziale.

3. Nel piano verticale  $Ox_1x_2$ , un'asta rigida omogenea  $AB$ , avente massa  $m$  e lunghezza  $8l$ , ruota intorno all'asse orizzontale  $x_3$ , incernierata senza attrito, a distanza  $2l$  da uno dei suoi estremi, nell'origine del sistema di riferimento. Oltre alla reazione vincolare ed alla forza peso, sul sistema agiscono la forza elastica  $\mathbf{F}_1 = k(B^* - B)$  (ove  $B^*$  è la proiezione di  $B$ , istante per istante, sull'asse  $x_1$ ), nel punto  $B$ , e la forza  $\mathbf{F}_2 = \lambda(O - A) \times \mathbf{i}_3$ , nel punto  $A$ . Si determini l'equazione pura del moto, si individuino le eventuali posizioni di equilibrio, nell'ipotesi in cui  $\mathbf{F}_2 = \mathbf{0}$  e  $mg = \sqrt{3}kl$ ; infine, si determini la reazione vincolare e la si valuti in corrispondenza delle eventuali posizioni di equilibrio.
4. Nel piano verticale  $Ox_1x_2$ , un punto materiale  $P$  di massa  $m$  è vincolato a muoversi su una guida circolare liscia rappresentata dall'equazione  $x_1^2 + x_2^2 - 4Rx_1 + 4Rx_2 + 7R^2 = 0$ . Oltre alla reazione vincolare e alla forza peso, sul punto  $P$  agiscono la forza elastica  $\mathbf{F}_1 = k(P^* - P)$ , ove  $P^*$  è la proiezione di  $P$ , istante per istante, sull'asse  $x_1$ , e la forza  $\mathbf{F}_2 = \lambda(P - C) \times \mathbf{u}$ , ove  $C$  è il centro della circonferenza che individua la guida e  $\mathbf{u} = -\mathbf{i}_1 + \mathbf{i}_2 + \mathbf{i}_3$ . Si determini l'equazione pura del moto, si individuino le eventuali posizioni di equilibrio, nell'ipotesi in cui risulti  $2kR = mg$  e  $4\lambda R = \sqrt{3}kR$  e, infine, si determini la reazione vincolare e la si valuti nelle eventuali posizioni di equilibrio.

5. Ricorrendo al  $PLV$ , valutare il momento esplicito dal vincolo  $I$ .

