

Università degli Studi di Salerno - Facoltà di Ingegneria
C.d.L. in Ing. Chimica e Ing. Meccanica - Matematica II
II Prova in Itinere - Prof. M. Ciarletta - 21/06/2004

1. Data la seguente funzione

$$f(x, y) = e^{-x^2 - y^2}$$

determinare

- (a) eventuali massimi e minimi relativi;
- (b) il gradiente e la divergenza del gradiente;
- (c) la derivata direzionale lungo la direzione individuata dal vettore $\lambda = \left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ nel punto $P = (1, 2)$ (punti 9).

2. Risolvere uno dei seguenti integrali doppi:

- (a) dato il dominio D limitato dalle rette $x = 1$, $x = 2$, $y = 4$ e dalla curva di equazione $y = x^2$, calcolare il seguente integrale (punti 6):

$$\iint_D y \log x \, dx dy;$$

- (b) detto D il settore di corona circolare di raggi $\frac{1}{2}$ e 1, limitato dalle rette $y = \frac{x}{\sqrt{3}}$, e $y = \sqrt{3}x$, e giacente nel primo quadrante, calcolare il seguente integrale (punti 9):

$$\iint_D \frac{\arcsin^2\left(\sqrt{x^2 + y^2}\right)}{\sqrt{x^2 + y^2}} \, dx dy;$$

3. Risolvere uno dei seguenti gruppi di equazioni differenziali:

(a) (punti 7)

- i. $y'' - 2\sqrt{3}y' + 3y = 3x^3 - 8\sqrt{3}$;
- ii. $y' = (1 + y^2) \log x$;

(b) (punti 12)

- i. $y''' - y = e^x (x^2 + 1)$;
- ii. $(3x^2 + 8xy + 4y^2) dx + (4x^2 + 8xy + 3y^2) dy = 0$;
- iii. $y' = -2y \tan x + \sin x$.