

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI SALERNO

Matematica I - 05/09/2013

Facoltà di Ingegneria

Gli studenti che devono sostenere l'esame da 6 crediti risolvano i quesiti:

1,2,3,7,8.

Gli studenti che devono sostenere l'esame da 9 crediti risolvano i quesiti:

1,2,3,4,5,6.

Per ogni quesito dare adeguate spiegazioni.

1. Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione:

$$z^4 - 2iz^2 + 3 = 0.$$

2. Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{\log^2(x) \left(\frac{1}{3}\right)^x + \arctan^2(x-1)}{(1 - \cos(x-1))} \right)$$

3. Studiare la seguente funzione e disegnarne il grafico:

$$f(x) = xe^{x+1}.$$

4. Dato il sistema lineare:

$$\begin{cases} (1+k)x - ky + 2z = 1 \\ 2x + 4y + kz = k \\ ky - kz = 0 \end{cases}$$

- (a) discutere e trovare le soluzioni al variare di $k \in \mathbb{R}$;
(b) per $k = 0$, dire se la matrice A dei coefficienti del sistema lineare è diagonalizzabile e/o ortogonalmente diagonalizzabile;
(c) per $k = 0$, calcolare una base di ogni autospazio di A .

5. Dati i sottospazi vettoriali

$$\begin{aligned} W &= \langle (-1, -3, -3, -1), (-3, 0, -1, 1) \rangle, \\ V &= \langle (-2, 4, 1, 0), (3, -1, 2, 1), (-1, 7, 4, 1) \rangle, \end{aligned}$$

- (a) calcolare la dimensione, una base e una rappresentazione cartesiana di V ;
(b) calcolare la dimensione e una base di $W \cap V$;
(c) calcolare la dimensione e una base di $W^\perp + V$;
(d) dire se $\mathbb{R}^4 = W^\perp \oplus V$.

6. Dato l'omomorfismo $f : \mathbb{R}^4 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ definito da

$$f(x, y, z, t) = (2x - 3y - z + t, x - y + 2z - 3t, 2x - 4y - 2z)$$

- (a) calcolare la dimensione e una base di $(\ker f)^\perp$;
- (b) calcolare la dimensione e una base ortonormale di $\text{Im } f$;
- (c) calcolare la matrice rappresentativa di f rispetto alle basi

$$B = \{(1, 1, -1), (0, -2, 1), (-1, 2, -1)\}$$

e

$$B' = \{(1, -1, 2, 3), (-1, -2, 1, 0), (3, 2, 0, 0), (-1, 0, 0, 0)\}$$

7. Calcolare il seguente integrale indefinito:

$$\int \frac{\log x - 3}{x(\log^2 x - 3 \log(\frac{x}{\sqrt[3]{e}}) + 1)} dx$$

8. Determinare il carattere della seguente serie numerica e se possibile calcolarne la somma:

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(n+1)}{n^3 + 2} \sin n$$