

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI SALERNO

Matematica I - 01/07/2013

Facoltà di Ingegneria

Gli studenti che devono sostenere l'esame da 6 crediti risolvano i quesiti:

1,2,3,7,8.

Gli studenti che devono sostenere l'esame da 9 crediti risolvano i quesiti:

1,2,3,4,5,6.

Per ogni quesito dare adeguate spiegazioni.

1. Calcolare:

$$\sqrt{\sqrt{6} + \sqrt{2} + i(\sqrt{6} - \sqrt{2})}$$

2. Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{(1 - \cos^3 x) + \log(1 + x)}{\tan^2 x + \sin 3x} \right)$$

3. Studiare la seguente funzione e disegnarne il grafico:

$$f(x) = \log(\sin^2 x)$$

4. Si considerino i seguenti sottospazi di \mathbb{R}^4

$$W = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : x - y + z - 2t = 2x + y - z + t = 3x - t = 0\}$$

e

$$V = \langle (-1, 2, -3, -3), (1, 1, -2, -1) \rangle$$

- a) Calcolare la dimensione e una base di $V \cap W$;
b) Calcolare la dimensione e una base di $V + W^\perp$.

5. Considerare l'endomorfismo $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definito come segue:

$$f(x, y, z) = (z/2, x - y - 3z/2, -x + y + z).$$

(a) Stabilire se f è diagonalizzabile in \mathbb{R} e/o in \mathbb{C} e trovare una base per ogni autospazio reale.

(b) Determinare la dimensione, una base e una rappresentazione cartesiana di $\text{im } f$.

(c) Determinare la dimensione, una base e una rappresentazione cartesiana di $(\ker f)^\perp$.

6. Al variare del parametro k , studiare compatibilità e soluzioni del seguente sistema lineare

$$\begin{cases} x_1 & -x_2 & & = & 0 \\ -x_1 & & -x_3 & = & -2 \\ & -kx_2 & -x_3 & = & -2 \\ 2x_1 & -x_2 & +kx_3 & = & 3 \end{cases}$$

7. Calcolare il seguente integrale indefinito:

$$\int \frac{e^x - 1}{e^{2x} + 1} dx$$

8. Determinare il carattere della seguente serie numerica e se possibile calcolarne la somma:

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{e - 1}{e^{n+1}}$$