

# UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI SALERNO

## Matematica I - 19/02/2013

proff. G. Albano - C. D'Apice - T. Durante - R. Manzo - A. Rhandi - V. Tibullo

### Facoltà di Ingegneria

*Gli studenti che devono sostenere l'esame da 6 crediti risolvano i quesiti: 1,2,3,7,8.  
Gli studenti che devono sostenere l'esame da 9 crediti risolvano i quesiti: 1,2,3,4,5,6.*

Per ogni quesito, motivare adeguatamente la risposta.

1. Calcolare

$$\sqrt[5]{\frac{1 - i\sqrt{3}}{(1 + i)^2}}$$

2. Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 + x^2) \arctan x - x}{x^3}$$

3. Studiare la seguente funzione e disegnarne il grafico:

$$f(x) = \sqrt{\frac{4x^3}{x-2}}$$

4. Si considerino i seguenti sottospazi di  $\mathbb{R}^4$

$$W = \langle (1, 0, 1, 2), (0, 2, -1, -1) \rangle$$

e

$$V = \langle (1, -1, -3, 1), (0, 1, 0, -1) \rangle$$

a) Calcolare la dimensione e una base di  $V \cap W^\perp$ ;

b) Calcolare la dimensione e una base di  $V + W$ ;

c) Calcolare una rappresentazione cartesiana di  $W$ .

5. Sia  $f : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$  l'endomorfismo rappresentato dalla matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 5 & 8 \end{pmatrix}$$

a) calcolare la dimensione e una base  $B$  ortonormale di  $\text{Im } f$ ;

b) calcolare una rappresentazione cartesiana di  $(\ker f)^\perp$ ;

c) dire se  $u = (1, 3, 4) \in \text{Im } f$  e, in tal caso, calcolare  $c_B(u)$ .

6. Dato il seguente sistema lineare

$$\begin{cases} x + hz = 0 \\ hx - 2y - z = 0 \\ 2x + y + hz = -1 \end{cases}$$

a) discuterne la compatibilità e calcolarne le eventuali soluzioni di  $h \in \mathbb{R}$ ;

- b)** per  $h = -1$ , dire se la matrice  $A$  dei coefficienti del sistema lineare è diagonalizzabile su  $\mathbb{R}$  e su  $\mathbb{C}$ ;
- c)** per  $h = -1$ , calcolare una base per ogni autospazio reale di  $A$ .

7. Determinare il seguente integrale indefinito

$$\int (3x^2 + 2x + 1) \arctan x dx$$

8. Determinare il carattere e se possibile la somma della seguente serie numerica

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2^n}{n! + 1}$$