

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI SALERNO

Matematica I - 04/02/2013

proff. G. Albano - C. D'Apice - T. Durante - R. Manzo - A. Rhandi - V. Tibullo

Facoltà di Ingegneria

*Gli studenti che devono sostenere l'esame da 6 crediti risolvano i quesiti: 1,2,3,7,8.
Gli studenti che devono sostenere l'esame da 9 crediti risolvano i quesiti: 1,2,3,4,5,6.*

1. Calcolare le soluzioni nel campo complesso della seguente equazione:

$$z^4 - 2z^2 + 4 = 0$$

2. Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \tan \sqrt[3]{x^2}} - \cos^3 x}{\log(1 + \sin^2 x) + \arcsin \sqrt[3]{x^2}}$$

3. Studiare la seguente funzione e disegnarne il grafico:

$$f(x) = x e^{\frac{x^2 - 5x}{x^2 - 1}}$$

4. Si considerino i seguenti sottospazi di \mathbb{R}^4

$$W = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y - z + t = 0\}$$

e

$$V = \langle (1, 0, 1, 2), (0, 2, -1, -1) \rangle$$

a) Calcolare la dimensione e una base di $V \cap W$.

b) Dire se $\mathbb{R}^4 = V + W$ o se $\mathbb{R}^4 = V \oplus W$.

c) Calcolare una rappresentazione cartesiana di W^\perp .

5. Sia $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'endomorfismo rappresentato dalla matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

a) calcolare la dimensione e una base ortonormale di $(\ker f)^\perp$;

b) calcolare la dimensione e una base di $\text{Im } f$;

c) dire se f è diagonalizzabile su \mathbb{R} e su \mathbb{C} .

6. Dato il seguente sistema lineare

$$\begin{cases} -hx - 2hy + z = 2 \\ -3hx - y = -1 \\ hx + hy = 0 \end{cases}$$

a) discuterne la compatibilità e calcolarne le eventuali soluzioni di $h \in \mathbb{R}$;

b) per $h = 0$, calcolare una base per ogni autospazio.

7. Calcolare il seguente integrale

$$\int \frac{2}{x^2 - 3x + 3} dx$$

8. Studiare la convergenza della seguente serie e se possibile calcolarne la somma:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(3n)!}{(n!)^2}$$