

Università degli Studi di Salerno - Facoltà di Ingegneria
Matematica I - Prova Scritta - 07/01/2013

Gli studenti che devono sostenere l'esame da 6 crediti svolgono gli esercizi da 1,2,3,7,8.
Gli studenti che devono sostenere l'esame da 9 crediti svolgono gli esercizi:1,2,3,4,5,6.

1. Calcolare

$$\sqrt[5]{\frac{z_1}{z_2}}$$

dove $z_1 = 1 + i\sqrt{3}$ e $z_2 = \left|\frac{\sqrt{2}}{i-1}\right|^{717}$.

2. Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\tan x} - 2 + \sqrt[3]{1 + \sin x}}{x \arctan(x^2 + 1) + \log(1 + x)}$$

3. Studiare la seguente funzione e disegnarne il grafico:

$$f(x) = \sqrt{|x^2 - 3x + 2|}$$

4. Dato il seguente sistema lineare

$$\begin{cases} 2x - \frac{h}{2}y = -2 \\ -\frac{h}{2}x + hy = \frac{h}{2} \\ (h-2)y + 3z = 3 \end{cases}$$

(a) discuterne la compatibilità e calcolarne le eventuali soluzioni per ogni $h \in \mathbb{R}$

(b) per $h = 2$, dire se la matrice A dei coefficienti del sistema lineare dato è diagonalizzabile e calcolare una base per ogni autospazio.

5. Sia $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$ l'omomorfismo tale che $f(x, y, z) = (x+y+2z, x-y, x+y+2z, x+z)$

(a) calcolare la dimensione e una base ortonormale di $(\ker f)^\perp$

(b) calcolare la dimensione e una base di $(\text{Im } f)^\perp$;

(c) calcolare la matrice rappresentativa di f rispetto alla base $B = \{(1, -1, -1), (0, 2, -1), (1, 2, -2)\}$ e alla base canonica di \mathbb{R}^4 .

6. Si considerino i seguenti sottospazi di \mathbb{R}^4

$$W = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z + t = -x + z - t = 0\}$$

e

$$V = \langle (1, -1, 1, -2), (0, -2, 1, 1), (1, -3, 2, -1) \rangle$$

(a) Calcolare la dimensione e una base di $V \cap W$.

(b) Calcolare la dimensione e una base di $V + W$.

(c) Calcolare una rappresentazione cartesiana di V .

7. Calcolare il seguente integrale indefinito:

$$\int \frac{\sqrt{x}}{(\sqrt{x} - 2)^3} dx$$

8. Studiare il carattere ed eventualmente calcolare la somma della seguente serie numerica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^{3n-1}}{3^{4n}}$$