

### Esercizi

1. Dato il campo di forza

$$\mathbf{F} = y \cos x \mathbf{e}_1 + \sin x \mathbf{e}_2$$

si stabilisca se tale campo è conservativo, e si calcoli il lavoro che si compie lungo l'arco di parabola di equazione  $y = x^2$ , dal punto  $P = (0, 0)$  al punto  $Q = (1, 1)$ . [R.: conservativo,  $\sin 1$ ]

2. Dato il campo di forza

$$\mathbf{F} = (x + 1)e^{x+y} \mathbf{e}_1 + xe^{x+y} \mathbf{e}_2$$

si stabilisca se tale campo è conservativo, e si calcoli il lavoro che si compie lungo il segmento orientato  $PQ$ , dal punto  $P = (0, 1)$  al punto  $Q = (1, 0)$ . [R.: conservativo,  $e$ ]

3. Dato il campo di forza

$$\mathbf{F} = \frac{1}{y} \mathbf{e}_1 - \frac{x+1}{y^2} \mathbf{e}_2$$

si stabilisca se tale campo è conservativo, e si calcoli il lavoro che si compie lungo il segmento orientato  $PQ$ , dal punto  $P = (1, 1)$  al punto  $Q = (2, 3)$ . [R.: conservativo,  $-\frac{1}{5}$ ]

4. Dato il campo di forza

$$\mathbf{F} = \frac{x}{\sqrt{x^2 - y}} \mathbf{e}_1 - \frac{1}{2\sqrt{x^2 - y}} \mathbf{e}_2$$

si stabilisca se tale campo è conservativo, e si calcoli il lavoro che si compie lungo il segmento orientato  $PQ$ , dal punto  $P = (1, 0)$  al punto  $Q = (0, -4)$ . [R.: conservativo,  $-1$ ]

5. Dato il campo di forza

$$\mathbf{F} = -2 \frac{\log y}{x^3} \mathbf{e}_1 + \frac{1}{x^2 y} \mathbf{e}_2$$

si stabilisca se tale campo è conservativo, e si calcoli il lavoro che si compie lungo la curva di equazione  $y = e^x$ , dal punto  $P = (1, e)$  al punto  $Q = (2, e^2)$ . [R.: conservativo,  $-\frac{1}{2}$ ]

6. Dato il campo di forza

$$\mathbf{F} = -\frac{e^y}{x} \mathbf{e}_1 + e^y \log x \mathbf{e}_2$$

si stabilisca se tale campo è conservativo, e si calcoli il lavoro che si compie lungo la curva di equazione  $y = \log x$ , dal punto  $P = (e, 1)$  al punto  $Q = (1, 0)$ . [R.: conservativo,  $-e$ ]

7. Dato il campo di forza

$$\mathbf{F} = \arctan y \mathbf{e}_1 + \frac{x}{y^2 + 1} \mathbf{e}_2$$

si stabilisca se tale campo è conservativo, e si calcoli il lavoro che si compie lungo la curva di equazione  $y = \tan x$ , dal punto  $P = (0, 0)$  al punto  $Q = (\frac{\pi}{4}, 1)$ . [R.: conservativo,  $\frac{\pi^2}{16}$ ]

8. Dato il campo di forza

$$\mathbf{F} = y^2 \cos x (1 + 2 \sin x) \mathbf{e}_1 + 2y(\sin x + \sin^2 x) \mathbf{e}_2$$

si stabilisca se tale campo è conservativo, e si calcoli il lavoro che si compie lungo la curva di equazione  $x = \arcsin y$ , dal punto  $P = (-\frac{\pi}{6}, -\frac{1}{2})$  al punto  $Q = (\frac{\pi}{3}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ . [R.: conservativo,  $\frac{5+3\sqrt{3}}{8}$ ]

9. Dato il campo di forza

$$\mathbf{F} = (\cos x - \sin y) \mathbf{e}_1 - (\cos x + \sin y) \mathbf{e}_2$$

si stabilisca se tale campo è conservativo, e si calcoli il lavoro che si compie lungo il segmento orientato  $PQ$ , dal punto  $P = (0, 0)$  al punto  $Q = (1, 1)$ . [R.: non conservativo,  $2(\cos 1 - 1)$ ]