

Esercizi

1. Dato il seguente sistema di vettori applicati

$$\Sigma = \{(P_i, \mathbf{v}_i), \quad i = 1, 2, 3\},$$

con

$$\begin{cases} P_1 = (1, -1, 0) \\ P_2 = (1, 0, -1) \\ P_3 = (0, 0, -1) \end{cases} \quad \begin{cases} \mathbf{v}_1 = \mathbf{e}_1 - 2\mathbf{e}_2 - \mathbf{e}_3 \\ \mathbf{v}_2 = -2\mathbf{e}_1 + 4\mathbf{e}_2 + 2\mathbf{e}_3 \\ \mathbf{v}_3 = 2\mathbf{e}_1 - 4\mathbf{e}_2 - 2\mathbf{e}_3 \end{cases}$$

determinare, se possibile, il centro e l'asse centrale.

2. Dato il seguente sistema di vettori applicati

$$\Sigma = \{(P_i, \mathbf{v}_i), \quad i = 1, 2, 3\},$$

con

$$\begin{cases} P_1 = (1, 0, 1) \\ P_2 = (-1, 1, 1) \\ P_3 = (0, -1, 0) \end{cases} \quad \begin{cases} \mathbf{v}_1 = 2\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2 + 2\mathbf{e}_3 \\ \mathbf{v}_2 = 4\mathbf{e}_1 - 2\mathbf{e}_2 + 4\mathbf{e}_3 \\ \mathbf{v}_3 = -2\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 - 2\mathbf{e}_3 \end{cases}$$

determinare, se possibile, il centro e l'asse centrale.

3. Dato il seguente sistema di vettori applicati

$$\Sigma = \{(P_i, \mathbf{v}_i), \quad i = 1, 2, 3\},$$

con

$$\begin{cases} P_1 = (-1, -1, 0) \\ P_2 = (1, 1, 1) \\ P_3 = (1, 1, 0) \end{cases} \quad \begin{cases} \mathbf{v}_1 = -2\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3 \\ \mathbf{v}_2 = 4\mathbf{e}_1 + 2\mathbf{e}_2 - 2\mathbf{e}_3 \\ \mathbf{v}_3 = -6\mathbf{e}_1 - 3\mathbf{e}_2 + 3\mathbf{e}_3 \end{cases}$$

determinare, se possibile, il centro e l'asse centrale.

4. Dato il seguente sistema di vettori applicati

$$\Sigma = \{(P_i, \mathbf{v}_i), \quad i = 1, 2, 3\},$$

con

$$\begin{cases} P_1 = (-1, 0, 1) \\ P_2 = (1, 1, 1) \\ P_3 = (0, 1, -1) \end{cases} \quad \begin{cases} \mathbf{v}_1 = -\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2 - 2\mathbf{e}_3 \\ \mathbf{v}_2 = -3\mathbf{e}_1 - 3\mathbf{e}_2 - 6\mathbf{e}_3 \\ \mathbf{v}_3 = 2\mathbf{e}_1 + 2\mathbf{e}_2 + 4\mathbf{e}_3 \end{cases}$$

determinare, se possibile, il centro e l'asse centrale.

5. Dato il seguente sistema di vettori applicati

$$\Sigma = \{(P_i, \mathbf{v}_i), \quad i = 1, 2, 3\},$$

con

$$\begin{cases} P_1 = (1, 1, -1) \\ P_2 = (0, -1, 1) \\ P_3 = (-1, -1, 0) \end{cases} \quad \begin{cases} \mathbf{v}_1 = 3\mathbf{e}_1 - 2\mathbf{e}_2 - 3\mathbf{e}_3 \\ \mathbf{v}_2 = -9\mathbf{e}_1 + 6\mathbf{e}_2 + 9\mathbf{e}_3 \\ \mathbf{v}_3 = 6\mathbf{e}_1 - 4\mathbf{e}_2 - 6\mathbf{e}_3 \end{cases}$$

determinare, se possibile, il centro e l'asse centrale.

6. Dato il seguente sistema di vettori applicati

$$\Sigma = \{(P_i, \mathbf{v}_i), \quad i = 1, 2, 3\},$$

con

$$\begin{cases} P_1 = (0, 0, 1) \\ P_2 = (0, 0, -1) \\ P_3 = (0, -1, 0) \end{cases} \quad \begin{cases} \mathbf{v}_1 = 3\mathbf{e}_1 - 3\mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3 \\ \mathbf{v}_2 = -3\mathbf{e}_1 + 3\mathbf{e}_2 - \mathbf{e}_3 \\ \mathbf{v}_3 = -6\mathbf{e}_1 + 6\mathbf{e}_2 - 2\mathbf{e}_3 \end{cases}$$

determinare, se possibile, il centro e l'asse centrale.

7. Dato il seguente sistema di vettori applicati

$$\Sigma = \{(P_i, \mathbf{v}_i), \quad i = 1, 2, 3\},$$

con

$$\begin{cases} P_1 = (1, -1, 0) \\ P_2 = (-1, 1, 0) \\ P_3 = (-1, 1, 1) \end{cases} \quad \begin{cases} \mathbf{v}_1 = 3\mathbf{e}_1 + 2\mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3 \\ \mathbf{v}_2 = -9\mathbf{e}_1 - 6\mathbf{e}_2 - 3\mathbf{e}_3 \\ \mathbf{v}_3 = 6\mathbf{e}_1 + 4\mathbf{e}_2 + 2\mathbf{e}_3 \end{cases}$$

determinare, se possibile, il centro e l'asse centrale.

8. Dato il seguente sistema di vettori applicati

$$\Sigma = \{(P_i, \mathbf{v}_i), \quad i = 1, 2, 3\},$$

con

$$\begin{cases} P_1 = (0, -1, -1) \\ P_2 = (-1, 1, 0) \\ P_3 = (0, 1, 1) \end{cases} \quad \begin{cases} \mathbf{v}_1 = 3\mathbf{e}_1 - 3\mathbf{e}_2 \\ \mathbf{v}_2 = 6\mathbf{e}_1 - 6\mathbf{e}_2 \\ \mathbf{v}_3 = -6\mathbf{e}_1 + 6\mathbf{e}_2 \end{cases}$$

determinare, se possibile, il centro e l'asse centrale.

9. Dato il seguente sistema di vettori applicati

$$\Sigma = \{(P_i, \mathbf{v}_i), \quad i = 1, 2, 3\},$$

con

$$\begin{cases} P_1 = (1, -1, 1) \\ P_2 = (0, 0, 1) \\ P_3 = (1, 0, 1) \end{cases} \quad \begin{cases} \mathbf{v}_1 = -3\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2 + 2\mathbf{e}_3 \\ \mathbf{v}_2 = -9\mathbf{e}_1 - 3\mathbf{e}_2 + 6\mathbf{e}_3 \\ \mathbf{v}_3 = 9\mathbf{e}_1 + 3\mathbf{e}_2 - 6\mathbf{e}_3 \end{cases}$$

determinare, se possibile, il centro e l'asse centrale.

10. Dato il seguente sistema di vettori applicati

$$\Sigma = \{(P_i, \mathbf{v}_i), \quad i = 1, 2, 3\},$$

con

$$\begin{cases} P_1 = (0, 1, -1) \\ P_2 = (0, -1, 0) \\ P_3 = (0, 1, 1) \end{cases} \quad \begin{cases} \mathbf{v}_1 = -2\mathbf{e}_1 + 2\mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3 \\ \mathbf{v}_2 = 3\mathbf{e}_1 - 2\mathbf{e}_2 - 2\mathbf{e}_3 \\ \mathbf{v}_3 = -3\mathbf{e}_3 \end{cases}$$

determinare, se possibile, il centro e l'asse centrale.

11. Dato il seguente sistema di vettori applicati

$$\Sigma = \{(P_i, \mathbf{v}_i), \quad i = 1, 2, 3\},$$

con

$$\begin{cases} P_1 = (1, -1, 1) \\ P_2 = (-1, 1, 0) \\ P_3 = (1, 0, 0) \end{cases} \quad \begin{cases} \mathbf{v}_1 = 3\mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3 \\ \mathbf{v}_2 = -9\mathbf{e}_2 - 3\mathbf{e}_3 \\ \mathbf{v}_3 = -3\mathbf{e}_2 - \mathbf{e}_3 \end{cases}$$

determinare, se possibile, il centro e l'asse centrale.

12. Dato il seguente sistema di vettori applicati

$$\Sigma = \{(P_i, \mathbf{v}_i), \quad i = 1, 2, 3\},$$

con

$$\begin{cases} P_1 = (-1, -1, 0) \\ P_2 = (1, 1, -1) \\ P_3 = (1, 0, -1) \end{cases} \quad \begin{cases} \mathbf{v}_1 = -3\mathbf{e}_3 \\ \mathbf{v}_2 = -6\mathbf{e}_3 \\ \mathbf{v}_3 = 3\mathbf{e}_3 \end{cases}$$

determinare, se possibile, il centro e l'asse centrale.

Risultati

1. Centro:

$$C = (-1, -1, 0).$$

Asse Centrale:

$$P(t) = (-1 + t, -1 - 2t, -t),$$

oppure

$$P(t) = \left(-\frac{7}{6} + t, -\frac{2}{3} - 2t, \frac{1}{6} - t\right).$$

2. Centro:

$$C = \left(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right).$$

Asse Centrale:

$$P(t) = \left(-\frac{1}{2} + 4t, \frac{3}{2} - 2t, \frac{3}{2} + 4t\right),$$

oppure

$$P(t) = \left(-\frac{11}{18} + 4t, \frac{14}{9} - 2t, \frac{25}{18} + 4t\right).$$

3. Centro:

$$C = (0, 0, -1).$$

Asse Centrale:

$$P(t) = (-4t, -2t, -1 + 2t),$$

oppure

$$P(t) = \left(-\frac{1}{3} - 4t, -\frac{1}{6} - 2t, -\frac{5}{6} + 2t\right).$$

4. Centro:

$$C = \left(1, \frac{1}{2}, 3\right).$$

Asse Centrale:

$$P(t) = \left(1 - 2t, \frac{1}{2} - 2t, 3 - 4t\right),$$

oppure

$$P(t) = \left(-\frac{1}{4} - 2t, -\frac{3}{4} - 2t, \frac{1}{2} - 4t\right).$$

5. Non è possibile calcolare il Centro e l'Asse Centrale, in quanto il risultante è nullo.

6. Centro:

$$C = (0, -1, -1).$$

Asse Centrale:

$$P(t) = (-6t, -1 + 6t, -1 - 2t),$$

oppure

$$P(t) = \left(-\frac{6}{19} - 6t, -\frac{13}{19} + 6t, -\frac{21}{19} - 2t \right).$$

7. Non è possibile calcolare il Centro e l'Asse Centrale, in quanto il risultante è nullo.

8. Centro:

$$C = (-2, -1, -3).$$

Asse Centrale:

$$P(t) = (-2 + 3t, -1 - 3t, -3),$$

oppure

$$P(t) = \left(-\frac{3}{2} + 3t, -\frac{3}{2} - 3t, -3 \right).$$

9. Centro:

$$C = (-2, -1, 1).$$

Asse Centrale:

$$P(t) = (-2 - 3t, -1 - t, 1 + 2t),$$

oppure

$$P(t) = \left(-\frac{1}{14} - 3t, -\frac{5}{14} - t, -\frac{2}{7} + 2t \right).$$

10. Non è possibile calcolare il Centro, in quanto il sistema non è parallelo.

Asse Centrale:

$$P(t) = \left(\frac{8}{17} + t, -\frac{13}{17}, \frac{2}{17} - 4t \right).$$

11. Centro:

$$C = \left(-\frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{1}{5} \right).$$

Asse Centrale:

$$P(t) = \left(-\frac{1}{5}, \frac{2}{5} - 9t, \frac{1}{5} - 3t \right),$$

oppure

$$P(t) = \left(-1, \frac{7}{30} - 9t, -\frac{7}{10} - 3t \right).$$

12. Centro:

$$C = \left(0, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right).$$

Asse Centrale:

$$P(t) = \left(0, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} - 6t\right),$$

oppure

$$P(t) = \left(0, \frac{1}{2}, -6t\right).$$